147 Konzerne kontrollieren die Weltwirtschaft
- Eine Anwendung zur Matrixrechnung

Armin P. Barth

Im Herbst 2011 schaffte es eine Nachricht auf die Titelblätter vieler Zeitungen dieser Welt: Nur 147 Konzerne kontrollieren die ganze Wirtschaft, in den Händen von nur 147 Firmen konzentriert sich ein Grossteil der Kontrolle über den globalen Kapitalismus. Forscher von der ETH Zürich hatten die Datenbank *Orbis*[1] mit etwa 37 Millionen Firmen durchkämmt, und dann war ihr Kamm hängen geblieben in einem wechselseitig stark vernetzten Knoten von nur 147 transnationalen Konzernen, die eine weit überdurchschnittliche Kontrolle ausüben über weite Teile der restlichen Wirtschaft. James Glattfelder, einer der Autoren der Originalstudie[2], meinte gegenüber der «SonntagsZeitung», man habe nicht erwartet, dass die Macht im Zentrum derart konzentriert sein würde.

Im Abstract schreiben die Autoren:

> «We present the first investigation of the architecture of the international ownership network, along with the computation of the control held by each global player. We find that transnational corporations form a giant bow-tie structure and that a large portion of control flows to a small tightly-knit core of financial institutions. This core can be seen as an economic "super-entity" that raises new important issues both for researchers and policy makers.»

Die ersten zehn Plätze der nach ihrer Kontrollstärke sortierten Liste belegen die folgenden Konzerne: 1.) Barclays PLC, 2.) The Capital Group Companies Inc., 3.) FMR Corp., 4.) AXA, 5.) State Street Corporation, 6.) JPMorgan Chase & Co., 7.) Legal & General Group PLC, 8.) The Vanguard Group, Inc., 9.) UBS AG, 10.) Merrill Lynch & Co. Inc. Gemäss den Autoren liegt ein Hauptproblem darin, dass sich ein so kompakter Knoten kaum mehr aufbrechen oder reformieren lässt und dass eine so hohe Konzentration von Macht in einem kleinen Knoten die freie Entfaltung eines gesunden Wettbewerbs behindert.

Es erhebt sich die Frage, ob wir verstehen können, was die Autoren genau unter „Kontrolle" verstehen und wie berechnet werden konnte, welcher Konzern über „wie viel Kontrolle" im Netz der Weltwirtschaft verfügt. Glücklicherweise zeigt eine vertiefte Lektüre der Originalarbeit, dass ein wenig Graphentheorie und Matrixrechnung ausreichen, um diese Fragen zu beantworten. Damit öffnet sich eine aktuelle und heissdiskutierte Problemsituation für eine gewinnbringende Behandlung im gymnasialen Mathematikunterricht. Die folgenden Abschnitte sollen zeigen, wie reizvoll es für Schülerinnen und Schüler sein kann, zu sehen, dass mathematische Methoden, die ihnen unter Umständen entrückt und weltfremd erscheinen, plötzlich für tiefgreifende neue Erkenntnisse und weltumspannende Schlagzeilen sorgen.

---

[1] http://www.bvdep.com/en/ORBIS

[2] Stefania Vitali, James B. Glattfelder, Stefano Battiston, „*The network of global corporate control*", Systems Design, ETH Zurich, Switzerland

Eine riesige Matrix

Die Autoren der Studie beginnen damit, eine Matrix $W = \left[w_{i,j} \right]$ zu entwerfen, die die gegenseitigen Besitzverhältnisse aller berücksichtigten Firmen abbildet. Dabei drückt $w_{i,j} \in [0,1]$ den Prozentsatz der Firma *j* aus, die sich im Besitz der Firma *i* befindet.

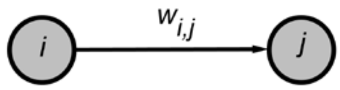

Abb. 1

Die in der Originalstudie untersuchte Matrix ist riesig! In der Tat bildet sie 1‘006‘987 Pfeile von und zu insgesamt 600‘508 Knoten ab, und das rückt die Relevanz solch gigantischer mathematischer Strukturen eindrücklich ins Bewusstsein. Ist nun v_j der Marktwert der Firma *j*, so hält Firma *i* also $w_{i,j} \cdot v_j$ Anteile der Firma *j*. Besitzt Firma *j* ihrerseits $w_{j,l}$ Prozente der Firma *l*, so besitzt Firma *i* indirekt $w_{i,j} \cdot w_{j,l} \cdot v_l$ des Wertes von Firma *l*.

Im abgebildeten Beispiel ist offenbar $w_{1,2} = 0.9$, $w_{2,3} = 0.51$ und $w_{2,4} = 0.45$, während alle restlichen Matrixeinträge Null sind, so dass also

$$W = \begin{pmatrix} 0 & 0.9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.51 & 0.45 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

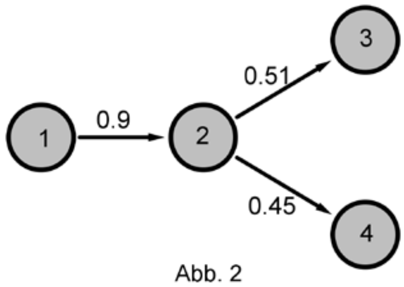

Abb. 2

Und Konzern 1 besitzt indirekt $w_{1,2} \cdot w_{2,3} = 0.9 \cdot 0.51 = 0.459$ des Wertes von Konzern 3 und gleichzeitig ebenfalls indirekt $w_{1,2} \cdot w_{2,4} = 0.9 \cdot 0.45 = 0.405$ des Wertes von Konzern 4. Da nur die Kontrolle über *andere* Konzerne untersucht wurde, bleibt die Diagonale voller Nullen.

Was ist Kontrolle?

Kontrolle ist kein genau definierter Begriff. Es ist daher unerlässlich, diesen zunächst eher diffusen Terminus zu modellieren durch eine präzise und berechenbare Grösse. Die Autoren der Originalstudie bringen gleich mehrere Modelle ins Spiel, von denen hier die beiden ersten erwähnt werden sollen. Im *linearen Modell* (LM) geht man davon aus, dass eine Aktie gleich einer Stimme und somit auch gleich einer „Kontrolleinheit“ ist. Man kann dann für das Beispiel in Abb. 2 sagen, dass Konzern 1, da er ja 90% des Aktienkapitals von Konzern 2 hält, auch über 90% der Kontrolle über Konzern 2 verfügt. Im linearen Modell ist die Kontrollmatrix C also einfach identisch mit der Matrix W. Im *Threshold-Modell* (TM) dagegen wird argumentiert, dass derjenige, der die Mehrheit am Aktienkapital einer Firma hält, automatisch bestimmt, ganz egal, wie weit dieser Wert über 50% liegt. Anteile von über 50% werden also als volle Kontrolle interpretiert, und die Kontrollmatrix C entsteht somit aus W einfach dadurch, dass alle Einträge über 0.5 auf 1 erhöht und alle restlichen auf Null gesetzt werden.

Kontrollmatrix für Abb. 2 nach LM:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0.9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.51 & 0.45 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Kontrollmatrix für Abb. 2 nach TM:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Erstaunlicherweise sind die Ergebnisse der Studie sehr robust in Bezug auf die Wahl des Modells, was den möglichen Einwand entkräftet, sie seien bloss das Resultat einer unrealistischen Wahl des Modells.

Berechnung der Kontrollwerte

Das Hauptergebnis der Studie ist ja ein Ranking der Kontrolle, die die einzelnen Konzerne innerhalb des Netzwerks aller betrachteten Konzerne ausüben. Wie genau entsteht dieses Ranking? Zunächst wird ein noch unbekannter *Netzwerkkontrollvektor* $\overrightarrow{c^{net}} = \left(c_1^{net}, c_2^{net}, \ldots, c_n^{net}\right)^T$ eingeführt. An der beliebigen Stelle i steht die zu bestimmende Grösse oder Stärke der Netzwerkkontrolle, die Konzern i über die anderen Konzerne ausübt. Sie setzt sich zusammen aus der direkten Kontrolle, die Konzern i über diejenigen Konzerne ausübt, die er mitbesitzt, und andererseits aus der indirekten Kontrolle, die i über Drittfirmen ausübt, weil Anteile dieser im Portfolio derjenigen Firmen sind, die i direkt mitbesitzt. Folglich lässt sich c_i^{net} folgendermassen rekursiv formalisieren:

$$c_i^{net} = \sum_{j=1}^{n} C_{i,j} \cdot v_j + \sum_{j=1}^{n} C_{i,j} \cdot c_j^{net}$$

oder, in Matrixform:

$$\overrightarrow{c^{net}} = C \cdot \vec{v} + C \cdot \overrightarrow{c^{net}} \qquad (1)$$

Für das Beispiel in Abb. 2 etwa wäre nach linearem Modell

$$\begin{aligned} c_1^{net} &= C_{1,2} \cdot v_2 + C_{1,2} \cdot c_2^{net} \\ &= 0.9 \cdot v_2 + 0.9 \cdot \left(C_{2,3} \cdot v_3 + C_{2,4} \cdot v_4\right) \\ &= 0.9 \cdot v_2 + 0.9 \cdot 0.51 \cdot v_3 + 0.9 \cdot 0.45 \cdot v_4 \end{aligned}$$

Um aus (1) den gesuchten Netzwerkkontrollvektor zu gewinnen, ist etwas Matrixrechnung nötig:

$$\begin{aligned} (1) \;&\Rightarrow I \cdot \overrightarrow{c^{net}} = C \cdot \vec{v} + C \cdot \overrightarrow{c^{net}} \qquad \text{(wenn } I \text{ die Einheitsmatrix ist)} \\ &\Rightarrow (I - C) \cdot \overrightarrow{c^{net}} = C \cdot \vec{v} \\ &\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{c^{net}} = (I - C)^{-1} \cdot C \cdot \vec{v}} \qquad (2) \end{aligned}$$

Damit ist nun klar, wie die Netzwerkkontrollwerte der einzelnen Konzerne zu berechnen sind: Abhängig vom gewählten Modell wird die Matrix C aufgestellt, und dann sorgt der nach (2) berechnete Vektor für das Ranking der einzelnen Netzwerkkontrollstärken.

Beispiele

Betrachten wir das wohl einfachste aller Beispiele: Besitzt die Firma 1 die Firma 2 ganz, so ist

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

und somit, wenn wir vereinfachend $v_1 = v_2 = 1$ annehmen:

$$(I-C)^{-1} \cdot C \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Firma 1 hat also (natürlich) volle Kontrolle über 2, während 2 in diesem Netzwerk eine Kontrolle von 0 ausübt. Für das Beispiel in Abb. 2 ist nach dem linearen Modell

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0.9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.51 & 0.45 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Wenn wir vereinfachend annehmen, dass $v_1 = v_2 = v_3 = v_4 = 1$ ist, so führt (2) hier auf

$$(I-C)^{-1} \cdot C \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 & -0.9 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0.51 & -0.45 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0.9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.51 & 0.45 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.8 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Während Konzerne 3 und 4 in diesem Netzwerk über keinerlei Kontrolle verfügen, übt 3 doch eine beachtliche Kontrolle aus. Netzwerkbeherrschend ist aber Konzern 1 mit einer Kontrollstärke von 1.8, was 64% der akkumulierten Gesamtkontrolle von 2.8 entspricht. Mit dieser Methode fanden die Autoren der Studie, dass nur 737 Konzerne rund 80% der gesamten weltweiten Netzwerkkontrolle akkumulieren, und dass innerhalb dieser Gruppe ein Kern von 147 Firmen fast vollständige Kontrolle über sich selber und grosse Teile der restlichen Wirtschaft ausübt.

<u>Aufgabe:</u>
In der erwähnten Studie (Supporting Information, p. 22/36, Figure S4) schlagen die Autoren die Untersuchung des rechts abgebildeten Beispiels vor. Es macht Aspekte deutlich, die in Wirklichkeit eben auch bestehen, nämlich die starke wechselseitige Verflechtung von Besitz in der heutigen Wirtschaftwelt und die „Flaschenhals-Struktur" realer Netzwerke. Bestimmen Sie die Netzwerkkontrollwerte nach beiden in diesem Artikel vorgestellten Modellen.

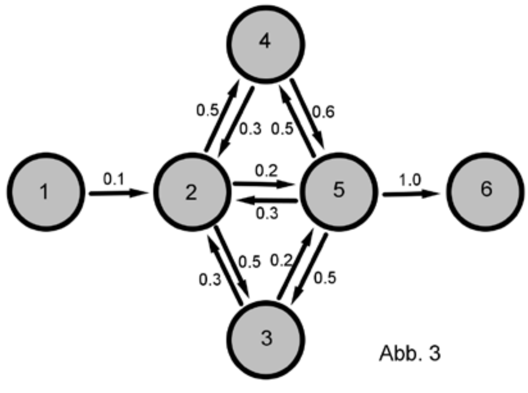

Abb. 3